

# 牛车采矿

- 考点：简单数学推导、几何（初中部分）、分类讨论
- 难度 CSP T1+

## 测试点 1~4

当矿只有一个点的时候，答案就是两个点之间的距离，按要求输出即可。

## 测试点 5~8

因为采矿车的坐标都是整数点，那么到矿区的距离就是到四个点距离的最小值。

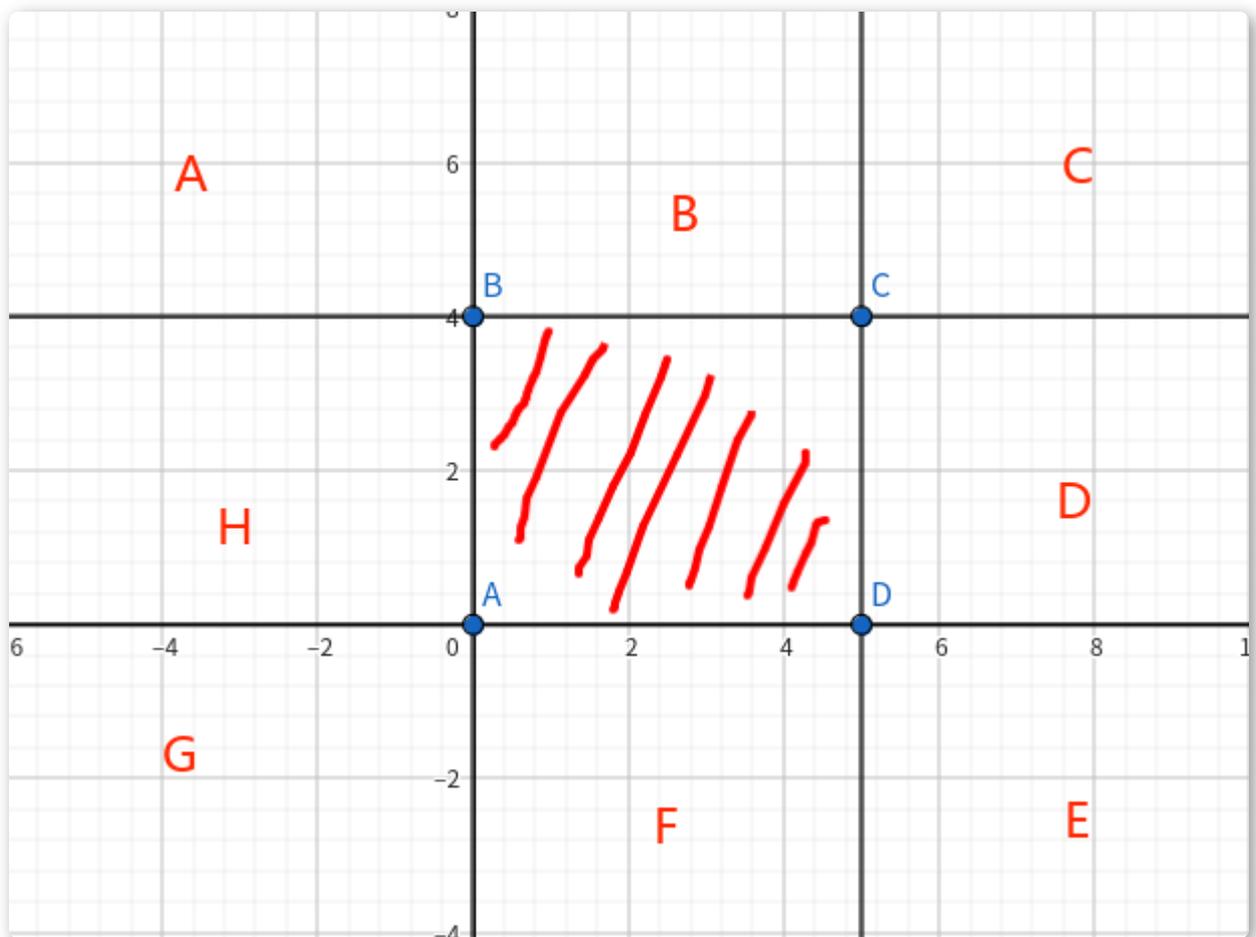
## 测试点 9

仿照测试点 5~8 的思路，我们暴力枚举矩形内的所有点整数坐标点，那么矿车到矿区的距离，就是矿车与这些点的距离的最小值。

时间复杂度为  $O(n^3)$ 。

## 测试点 10

我们尝试用一点几何知识去分析问题。



我们可以把点分成这8块，A区域内的到矩形的距离就是到B点的距离，B区域内的点的距离就是到BC这条边的距离。

其他地方同样照此分析。

## 维护集合

- 考点：桶排序、初等数论
- 难度 CSP T2+

### 测试点1~10

留给暴力的做法。

就是暴力对于每一次询问  $x$ ，暴力考虑集合中的数  $y$ ，求出  $y$  是  $x$  的几重约数。

复杂度是  $O(qn)$

### 测试点 11~12

虽然  $n$  很大，但是  $a_i, t$  很小，也就是如果我们能够去除重复的数字，就可以快速的求出答案。

所以我们就可以用桶来维护第  $i$  个数字出现了几次。

### 测试点13~14

虽然  $a_i, t$  很大，但是  $x$  很小，也就是有效的  $a_i, t$  很小，所以我们只需要在每次查询的时候考虑前 300 个数就可以了。

维护数字是否出现和测试点11~12的做法一样，还是用桶来维护。

### 测试点15~16

在没有修改的情况下，我们可以提前把所有答案处理出来。

### 测试点 17~20

算是比较有难度的一档分，难点在于如何快速求一个数的  $k$  重约数都是谁。

其实我只要对  $x$  的每个约数来考虑一下他到底是几重约数。

如何找到  $x$  的所有约数，我们可以枚举  $1 \sim \sqrt{x}$ ，若  $i$  是  $x$  的约数，那么  $\frac{x}{i}$  也是  $x$  的约数，并且一定是 1 重约数。

时间复杂度为  $O(q\sqrt{t})$

## 最短路问题

- 考点：图论，建图方法，最短路。
- 难度：CSP-J T3

### 测试点1~4

暴力应该是能过的。

### 测试点5~8

留给暴力建图，然后跑最短路算法，SPFA和dij都是可以过的。

复杂度为  $O(n^2)$ 。

### 测试点9~12

注意思考如果  $m = 0$ ，答案是什么？其实就是  $i - 1$ 。

那么加了一条边  $x, y, z$  会改变什么？

我们设  $x < y$ ，那么对于  $2 \leq i \leq x$ ，其答案还是  $i - 1$ ，但是对于点  $y$  来说，其答案就是  $\min(x + z - 1, y - 1)$ 。

然后对于  $x + 1 \leq i \leq y - 1$  的点，他的最短路就是由  $x$  到他和由  $y$  到他的两条路长度中的较小值。

对于  $y + 1 \leq i \leq n$  的点，他的最短路就是和由  $y$  到他的路径。

### 测试点 13~16

我们仿照上一档的做法，我们可以做出一个推论，就是对于哪些没有连上额外边的点，我们可以把暂时忽略掉他，因为他不会对其他点的最短路做出贡献。

所以我们就把所有被额外边连到的点都拿出来，加上 1 号节点，形成一个子图，在子图中跑最短路。

然后其他点的最短路一定是点集中的某个点在直接到他。

复杂度是  $O(n + m^2)$ 。

## 测试点 17~20

通过上面两档部分的分析，如果你很敏感的话就可以发现，许多一类边是无效的。

进一步发现，其实我们只保留  $i$  到  $i + 1$  边权为 1 的双向边是足够的。

所以就可以直接跑最短路，使用dij可以做到  $O(n \log n)$  的复杂度。

## 大冒险

### 测试点 1~7

其实就可以对于每个任务考虑做不做，爆搜，时间复杂度为  $O(2^n)$ 。

### 测试点8~10

发现如果没有生命值转化体力值就是一个裸的二维背包问题，那么我们就枚举转化多少的生命值，然后跑一遍二维背包。

复杂度为  $O(nH^3)$ 。

### 测试点11~13

现在每消耗体力值就是在消耗生命值，于是就变成了一个一维背包问题。

### 测试点14~16

更裸的一维背包问题，直接做是可以的。

### 测试点17~20

我们考虑测试点8~10的背包做法，你会发现我们跑  $H$  遍背包会很浪费，实际上我们可以在设初值的时候来解决这个问题：

我们设  $f_{i,j}$  初始都是  $-\infty$  然后把  $f_{H-i, K+i} = 0$ ，其中  $0 \leq i \leq H$ ，然后就可以只跑一遍背包就可以解决了。

当然你也可以增加一种dp的转移方式来维护生命值转化体力值的操作。

复杂度为  $O(nH^2)$ 。