

B

考虑计算每个中位数 p_i 的贡献

- 对于 $p_j > p_i$ 令 $a_j = 1$, 对于 $p_j < p_i$ 令 $a_j = -1$, 问题变为有多个区间 $[l, r]$ 满足:
 - $l \leq i \leq r$, 且 $\sum_{j=l}^r a_j = 0$
- 从 i 往左扫描并累计和 $s_j = \sum_{k=j}^i a_k$, 使用一个数组标记每种 s_j 的取值个数
- 类似从 i 往右扫描并累计和 $t_j = \sum_{k=i}^j a_k$, 并询问取值为 $-t_j$ 的 s 数量
- 时间复杂度 $O(n^2)$

C

- 首先求出最短路, 和最短路 DAG
- 按照 dist 排序, 保留满足 $d_u + w_{u,v} = d_v$ 的边 $u \rightarrow v$, 成为 DAG
- DAG 上 1 到 x 的路径, 与原图 1 到 x 的最短路一一对应。转化为 DAG 上的问题

$$\sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=j+1}^{n_i} |d_{i,j}| \times |d_{i,k}| = \frac{1}{2} \cdot \left(\left(\sum_{j=1}^{n_i} |d_{i,j}| \right)^2 - \sum_{j=1}^{n_i} |d_{i,j}|^2 \right)$$

- 问题转化为求所有路径的长度和, 以及路径长度平方和
- 设 f_x, g_x, h_x 分别表示所有 1 到 x 的路径长度 0,1,2 次方之和。则对于边 $y \rightarrow x$

$$f_{x+} = f_y, \quad g_{x+} = g_y + f_y, \quad h_{x+} = h_y + 2g_y + f_y$$

D

30pts

首先让 $p = \max(p, 1 - p)$, 如果 $p < 0.5$ 显然可以按照自己的相反意愿调整策略。

一共只有 $n!$ 种可能的解, 求解两个串的最长公共前缀, 长度假设为 x , 那么前 x 位的字符是固定不能出错的, 第 $x + 1$ 位任取, 之后 $m - x - 1$ 位固定不能出错, 随后 m 个字符隶属于另一个串, 不能出错, 因此获胜的概率为 p^{2m-1} 。

60pts

$f[S]$ 表示目前已经打出了 S 集合内的这些串，即已经打了 $|S| \times m$ 个字符，之后按照最优策略，能得到的最大胜率。

我们把剩下的串丢到 *Trie* 树上，容易发现我们只关心这些串形成的虚树形态，根据 f 数组在虚树上作树形DP，时间复杂度为 $O(2^n \times n^2)$ ，该档分的暴力代码量比正解高很多，主要是为了提醒选手从 *Trie* 的角度考虑问题。

100pts

我们把所有串插入 *Trie* 上，假设第 i 点被 c_i 个串经过，那么一个字符串是好的，对应一条长度为 nm 的路径，其中第 i 个点经过 c_i 次，且如果走到了 *Trie* 的叶子节点，会直接返回到根节点。

假设 u 节点的左孩子 (0 字符对应的孩子) 需要经过的次数为 $f_{u,0}$ ，右孩子需要经过的次数为 $f_{u,1}$ ，那么每次经过 u 节点，都要思考下一个字符填 0 还是填 1，即往左孩子还是右孩子的方向走胜率更大，同时有 p 的概率走到正确的孩子处， $1 - p$ 的概率走到错误的孩子处。

该问题等价于以下问题，一个长度为 $f_{u,0} + f_{u,1}$ 的 01 串是好的，当且仅当其中有 $f_{u,0}$ 个 0 字符， $f_{u,1}$ 个 1 字符，且每次有 p 的概率打出正确的字符， $1 - p$ 的概率打出错误的字符，按最优策略打出好的字符串的概率。

我们令 $dp[a][b]$ 表示 $f_{u,0} = a, f_{u,1} = b$ 时的答案，从贪心的角度，我们希望让 a, b 的值越接近越好，因此当 $a \geq b$ 时， $dp[a][b] = dp[a - 1][b] \times p + dp[a][b - 1] \times (1 - p)$ ， $a < b$ 同理，答案即为所有 $dp[f_{u,0}][f_{u,1}]$ 的权值相乘。

E

神奇滴很的结论题。

若选手 u 能够在至少一个场地战胜选手 v ，则连一条 (u, v) 的有向边。选手 u 能够获胜即从点 u 出发能到达其他所有结点。

我们把强连通分量缩成一个点，由于该图类似竞赛图，容易发现缩完点后构成了一条有向链，每一个结点都向它后面的所有结点连边。

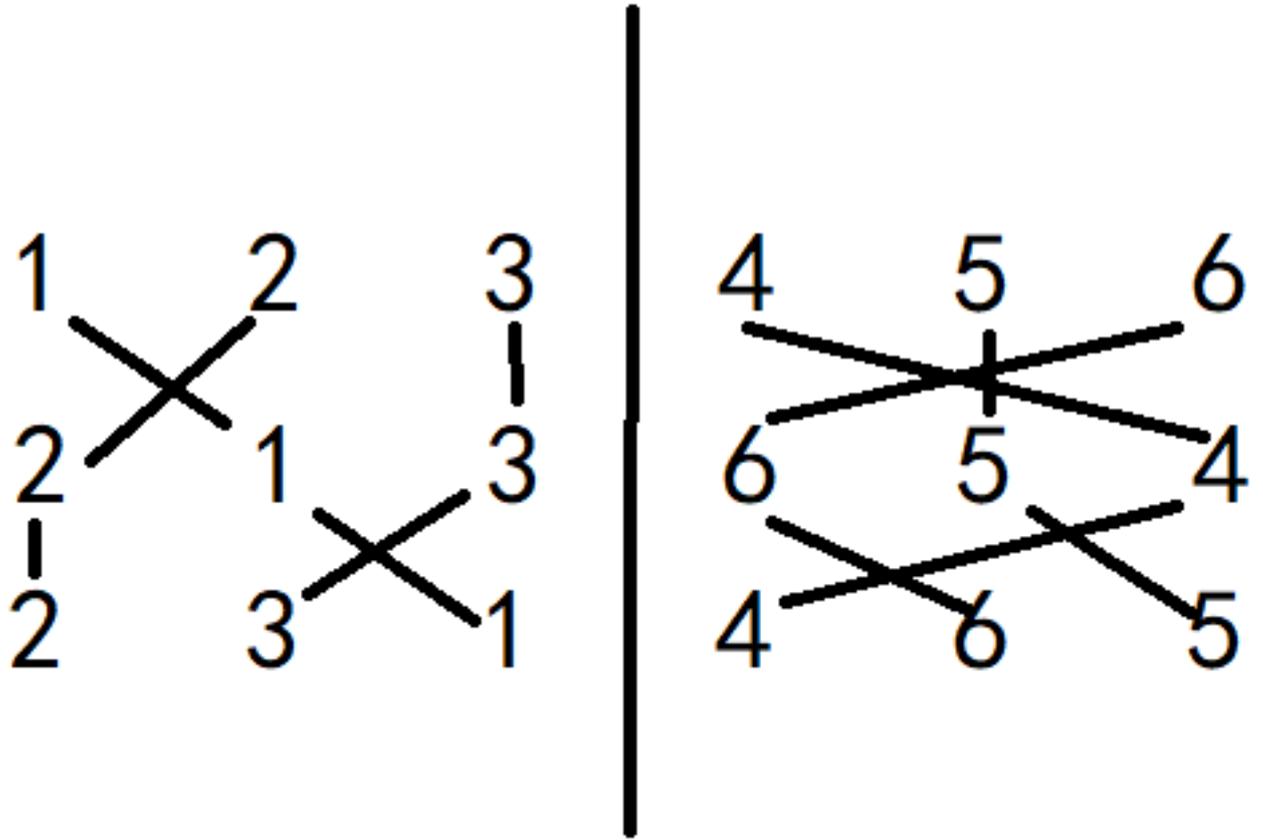
显然，有且仅有链头的强连通分量内的点能够获胜。

考虑同一个强连通分量内的点对应到给出的三个数组上有什么性质。

手玩发现，强连通分量纵向地划分了这三个数组。

1	2	3		4	5	6
2	1	3		6	5	4
2	3	1		4	6	5

给三个数组间相同的数连边，可以发现划分的位置就是没有边经过的位置。



考虑证明该性质。

对于链上相邻两个强连通分量，靠前的强连通分量中的每个点一定在三个数组中都位于靠后的强连通分量中每个点的前面。即它们在链上一定会形成一个划分。

同时，不难证明每一个划分两侧的点都属于不同的强连通分量。

所以该性质得证。

所以我们只需找出三个数组中第一个没有被边经过的间隙即可回答询问。

由于带修，所以用线段树实现。时间复杂度 $\mathcal{O}((n + q) \log n)$ 。